Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

**Национальный исследовательский Томский политехнический университет**

Школа – ИЯТШ

Направление – Прикладная математика и информатика

## Проверка гипотез для параметров нормальной генеральной совокупности

Лабораторная работа 1

Вариант 8

Выполнил

Студент, гр. 0В21

Дзебан А.А.

Проверил

Доцент отделения математики и математической физики

Шинкеев М. Л.

**Цели работы:**

Проверить гипотезы для параметров нормальной генеральной совокупности, выполнить практические задания.

**Задание:**

1. Используя генератор случайных чисел, получить выборку из значений многомерной нормальной случайной величины с матрицей ковариаций (таблица 1) и вектором средних (таблица 2). Используя полученную выборку, на уровне значимости 0,08, проверить гипотезу (в предположении, что данные распределены нормально) о равенстве вектора средних и матрицы ковариаций генеральной совокупности вектору и матрице соответственно.
2. По двум независимым выборкам объемов и из многомерных нормальных совокупностей и (таблица 3), на уровне значимости 0,1 проверить гипотезу о равенстве матриц ковариаций .
3. По выборке объема из многомерной нормальной совокупности (таблица 4) проверить гипотезу о независимости компонент данной совокупности (указать достигнутый уровень значимости).

**Порядок выполнения работы**

**Задание 1.**

Из таблиц получаем исходные данные для генерации выборки: матрицу ковариаций A и вектор средних :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 18,37 | -1,15 | 0,5 |
| -1,15 | 5 | 1 |
| -0,5 | 1 | 0,25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 | -1,25 | -0,5 |

При помощи Wolfram Mathematica генерируем выборку из значений многомерной нормальной случайной величины, используя полученные данные:

covarianceMatrix = {{18.37, -1.15, -0.5}, {-1.15, 5, 1}, {-0.5, 1, 0.25}}

meanVector = {0, -1.25, -0.5}

randomValues = RandomVariate[MultinormalDistribution[meanVector, covarianceMatrix],100];

Выполним проверку гипотезы о равенстве вектора средних заданному вектору и матрицы ковариаций заданной матрице:

Для этого вычисляем вектор средних и матрицу ковариаций полученной выборки:

sampleMean=Mean[randomValues]

sampleCov=Covariance[randomValues]

Вычисляем статистику , где – отношение правдоподобия для :

.

В результате получаем 6.326.

При истинности , статистика будет асимптотически иметь распределение с степенями свободы

Вычисляем квантиль с заданным числом свободы при уровне значимости 0.05:

nu=9;

quantile=InverseCDF[ChiSquareDistribution[nu],0.95]

16.919

На основании полученных значений делаем вывод о равенстве вектора средних выборки заданному вектору и матрицы ковариаций выборки заданной матрице, нулевая гипотеза принимается.

**Задание 2.**

Из таблиц получаем исходные данные независимых выборок объемов и из многомерных нормальных совокупностей и :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | 10,52 | | 20,32 | 24,5 |
| 10,25 | 21,14 | 18,26 |
| 13,77 | 21,43 | 15,28 | 34,21 | 24,52 | 18,44 |
| 9,64 | 10,61 | 22,17 | 16,41 | 13,47 | 9,95 |
| 14,57 | 17,84 | 10,57 | 17,63 | -0,12 | 3,8 |
| -3,45 | 5,09 | 20,46 | 30,17 | 30 | 3,03 |
| 9,36 | 10,16 | 16,02 | 24,1 | 18,14 | 16,43 |
| 8,21 | 9,87 | 18,43 | 29,02 | 10,22 | 14,51 |
| -3,59 | 8,93 | 9,41 | 19,31 | 9,3 | 17,32 |
| 22,13 | 22,78 | 22,42 | 31,13 | 17,91 | 17,15 |
| -0,67 | 14,26 | 18,18 | 14,28 | 12,62 | 17,84 |
| 11,7 | 13,76 | 13,28 | 32,34 | 22,56 | 14,78 |
| 12,23 | 17,02 | 32,52 | 25,93 | 14,29 | 8,11 |
| 17,84 | 21,53 | 21,25 | 29,3 | 6,21 | 10,68 |
| 10,94 | 16,72 | 22,99 | 26,31 | 24,46 | 15,43 |
| -0,29 | 2,13 | 16,38 | 14,64 | 13,79 | 7,09 |
| 11,06 | 26,19 | 30,55 | 24,18 | 17,18 | 10,37 |
| 15,99 | 13,98 | 22,25 | 26,67 | 14,1 | 12,22 |
| 10,24 | 9,49 | 22,64 | 30,73 | 31,7 | 23,16 |
| 11,94 | 21,51 | 13,06 | 26,77 | 19,07 | 8,27 |
| 11,25 | 20,83 | 26,27 | 26,33 | 21,36 | 23,77 |
| 7,6 | 13,89 | 23,94 | 21,67 | 13,44 | 7,67 |
| 18,91 | 14,8 | 24,9 | 21,57 | 16,64 | 9,47 |
| -0,29 | 15,42 | 27,1 | 17,28 | 6,55 | 20,36 |
| 10,6 | 17,33 | 16,47 | 18,47 | 18,28 | 12 |
| 5,61 | 23,48 | 23,71 | 28,69 | 19 | 18,06 |
| 14,41 | 15,6 | 18,31 | 30,61 | 21,54 | 16,77 |
| 17,78 | 14,99 | 25,38 | 30,45 | 12,21 | 11,17 |
| 16,13 | 6,28 | 19,42 | 27,11 | 19,44 | 9,01 |
| 7,2 | 14,07 | 20,62 | 21,19 | 27,29 | 16,18 |
|  |  |  | 25,31 | 20,43 | 15,57 |
|  |  |  | 23,51 | 10,13 | 8,72 |

Выполним проверку гипотезы о равенстве матриц ковариаций:

Для этого вычисляем матрицы ковариаций центрированных выборок:

cov2=Covariance[data2]

Отношение правдоподобия при равно: ,

где , , , – центрированная матрица i-ой выборки.

В результате вычислений находим 7.73224\*10^-6

Вычисляем статистику , где поправочный множитель

В результате находим значение статистики 2.418

Вычисляем квантиль с заданным числом свободы при уровне значимости 0.1:

2.41865

quantile=InverseCDF[ChiSquareDistribution[12],0.9]

18.5493

Таким образом принимаем нулевую гипотезу о равенстве матриц ковариаций.

**Задание 3.**

Из таблиц получаем исходные данные выборки объема из многомерной нормальной совокупности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 8,74 | 2,87 | -3,98 |
| 3,12 | 2,44 | -2,6 |
| 6,31 | 4,9 | -3,58 |
| 5,25 | 3,12 | -3,26 |
| 1,09 | 1,54 | -2,23 |
| 2,68 | 1,49 | -2,93 |
| 3,89 | 1,8 | -3,48 |
| 5,12 | 3,06 | -3,08 |
| 4,17 | 3,66 | -3,65 |
| 5,2 | 2,91 | -3,5 |
| 2,42 | 2,9 | -3,32 |
| 1,43 | 3,7 | -2,72 |
| 4,58 | 2,91 | -3,74 |
| 2 | 1,7 | -2,66 |
| 4,74 | 3,13 | -2,9 |
| 2,71 | 3,23 | -3,38 |
| 10,79 | 3,03 | -4,12 |
| 5,54 | 4,18 | -3,02 |
| 4,74 | 5,42 | -3,39 |
| 0,2 | 1,67 | -3,12 |
| 4,48 | 2,25 | -3,19 |
| 3,38 | 3,02 | -2,7 |
| 6,3 | 4,53 | -3,81 |
| 4,7 | 2,78 | -2,88 |
| 7,68 | 3,45 | -3,18 |
| 0,03 | 1,91 | -2,39 |
| 5,03 | 4 | -3,2 |
| 4,73 | 4,26 | -2,65 |
| 7,72 | 3,74 | -3,51 |
| 7,24 | 3,92 | -3,78 |

Выполним проверку о независимости компонент данной совокупности:

3-мерный нормальный вектор разбит на 3 подвектора размерности соответственно. : взаимно независимы, то есть, .

В нашем случае q = k = 3, таким образом получаем критерий для проверки гипотезы о независимости компонент вектора . В таком случае отношение правдоподобия, поправочный множитель и число степеней свободы определяются следующим образом:

, , .

В результате вычислений находим значение

Вычисляем значение статистики

Найдем достигнутый уровень значимости:

nuu=3;

1-CDF[ChiSquareDistribution[nuu],eta2]

0.0

Исходя из полученных значений нулевая гипотеза не принимается, нельзя сделать вывод о независимости компонент данной совокупности.

**Вывод:**

В ходе проделанной лабораторной работы были проверены гипотезы о равенстве вектора средних выборки заданному вектору и матрицы ковариаций выборки заданной матрице, вывод о равенстве матриц ковариаций, о независимости компонент совокупности, на основе значений, полученных в результате вычислений, были сделаны соответствующие выводы.